رابطهٔ ایمانی و پیوند قلبی بین امت و نظام حکومت را فدا کرد و نه می‌توان قانونمندی و فرایند استحالهٔ تـدریجی نظامهای مشروع به سمت فساد را در پناه اصل ایمانی «حمل به صحت»، نادیده انگاشت. اینجاست که صرف نظر از تعلق خاطر و اطمینان و اعتماد فراوانی که نسبت به همهٔ معتقدان و دلسوزان نظام انقلاب اسلامی داریم، باید خطر استحاله را جدی گرفت و هوشمندانه از بروز آن در آینده پیش‌گیری نمود. در این مسیر است که فقیهان روشن ضمیر و دیگر صاحبنظران علوم انسانی معتقد و متعهد به شریعت، باید با اتکا به سرچشمه‌های وحی و تعالیم مـعصومین (علیهم السلام) و سود جستن از دستاوردهای نظری و عملی بشریت، در فضایی آکنده از حسن ظن و اعتماد متقابل، حاکمیت اسلام ناب را تدارک، تسهیل و تضمین نمایند.

مناطق مربعی شکل

پیشنهادی جایگزین برای دیاگرام ون

امیر حسین بانکی پورفرد

□

مقدمه:

از بحثهای اساسی در منطق قدیم، بررسی انتاج و عقم ضروب مختلفِ قیاس است؛ تا بتوان به وسیله این بررسیها استدلال صحیح را از غلط تشخیص داد. نحوهٔ بررسی و تحلیلی که در کتب منطقی مختلف ارائه شده نسبتاً پیچیده است و باعث می‌شود، اولاً: بعضی از مبتدیان از چگونگی اثبات و استفاده صحیح آنها عاجز بمانند و ثانیاً: برای تأیید صحت یک استدلال که از ضروب مختلف تشکیل یافته است یا باید ضروب منتج را به حافظه بسپاریم که عملاً ممکن نیست یا به اثبات تک تک آنها بپردازیم که علاوه بر وقتگیری بسیار، احتمال ایجاد خطا نیز کم نیست.

برای راحت شدن از این پیچیدگیها و حفظ ضروب منتج در منطق ریاضی از «دیاگرام وِن» استفاده می‌شود که کمک زیادی به تسریع در استدلال و تسهیل در امر یادگیری می‌کند. در این مقاله ابتدا ضمن بیان مختصری در مورد دیاگرم وِن و نحوهٔ استفاده آن در منطق قدیم روش جدیدی به نام «مناطق مربعی شکل» ارائه می‌گردد. این روش محدودیتهای دیاگرام وِن را ندارد و با آن می‌توان خیلی از استدلالهای پیچیده را ترسیم کرد. کاربردها و تأثیر این روش در مسائل مختلف منطقی، مقاله جدایی را می‌طلبد که انشاءالله در فرصت دیگری ارائه می‌شود.

□

الف) خلاصه روش استفاده از دیاگرام ون:

ابتدا برای حدّی (مجموعه‌ای) دایره‌ای در نظر می‌گیرند و شکل کلی را به شکل دوایر متقاطع در مستطیل universal (مجموعه جهانی شامل تمامی موجودات) در نظر می‌گیرند. فرض بر این است که اعضای داخل هر حدّ در هر قسمت از سطح دایره مورد نظر، می‌توانند قرار بگیرند و برای بیان محصورات اربعه، بین ۲ حد کلی با در نظر گرفتن سه قرار داد:

الف) هاشور: یعنی منطقه‌ای که عضوی در آن نمی‌تواند باشد.

ب) ×: یعنی وجود حداقل یک عضو در منطقه

ج) بدون هیچ علامتی: یعنی امکان بودن یا نبودن عضو هست.

به شرح زیر نمایش می‌دهند.

موجبه کلیه: هر الف ب است　　　　　　سالبه کلیه: هیچ الف ب نیست

universal　　　　　　u

موجبه جزئیه: بعض الف ب است　　　　　　سالبه جزئیه: بعض الف ب نیست

u　　　　u

(×روی مرز یعنی ممکن است در یکی از دو منطقه مجاور باشد و منطقه دیگر عضوی داشته یا نداشته باشد)

روش «ون» برای نشان دادن اشکال قیاسی به این قرار است که چون در هر شکل قیاسی سه حد داریم؛ حد اصغر، وسط، حد اکبر، بای سه دایره در نظرگرفت؛ این سه دایره باید به قسمی ترسیم شوند که کلیه حالات ممکن را نمایان کنند، یعنی ۱ ـ حالت اشتراک هر سه ۲ ـ حالت اشتراک دو تا دوتایی آنها ۳ ـ حالت قسمتی از حد که حدهای دیگر در آن حضور ندارند.

قرار داد می‌کنیم دایرهٔ پایین مخصوص حد وسط و دایرهٔ سمت چپ مربوط به حدا اصغر و دایره سمت راست به حد اکبر اختصاص یابد و مانند شکل قبل هر سه دایره در منطقه مستطیل شکل u(مجموعه کل موجودات جهان) قرار دارند.

روش کار به این صورت است که ابتدا صغری و کبری را با توجه به روش تبیین محصورات اربعه روی شکل پیاده می‌کنیم (البته دقّت شود برای زدن × اگر در بین منطقه خطی تلاقی شده، × را روی آن خط باید زد که مربطو به هر دو طرف شود) بعد نتیجه را با شکل حاصل مقایسه می‌کنیم؛ اگر شکل نتیجه یعنی، رابطه الف و ج از نمودار بدست آمد می‌گوییم این قسم صحیح است یا قیاس منتج است و الاّ غلط و قیاس عقیم می‌باشد. برای بهتر روشن شدن مطلب یک مثال می‌آوریم.

هر مثلثی سه ضلعلی است

هر مثلثی دارای سه زاویه است　　　　　　مرحله اول: ورود صغری

بعضی سه ضلعی‌ها دارای سه زاویه‌اند.

نتیجه: موجبه جزئیه است که هم شکل و هم قیاس همین نتیجه را بیان می‌کنند.　　　　　　مرحله دوم: ورود کبری

همانطور که ملاحظه می شو با بکار بردن این روش از حفظ ضروب منتج و حالات مختلف آن بی‌نیاز می‌شویم. علاقمندان برای آشنایی بیشتر و استفادهٔ بهتر می‌توانند به غالب کتابهای منطق عمومی به زبان لاتین و کتاب مبانی منطق، دکتر محمد علی اژه‌ای چاپ دانشگاه اصفهان مراجعه فرمایند.

□

ب) نتایج حاصل از نمودار «ون»

وقتی دو حد فرض می‌کردیم کل مناطق ایجاد شده چهار تا بود.

۱ ـ منطقه انحصاری اعضای الف　　　　۳ ـ منطقه مشترک بین الف و ب

۲ ـ منطقه انحصاری اعضای ب　　　　۴ ـ منطقه خالی از الف و ب

وقتی سه حد فرض کنیم ۸ منطقه ایجاد می شود.

۱–۲–۳: مناطق انحصاری هر یک از حدود

۴–۵–۶: مناطق اشتراکی دو به دو

۷: منطقه اشتراکی کلی

۸: منطقه خالی از همه حدود

با استقراء ثابت می‌شود حداکثر تعداد مناطق ایجاد شده توسط n معادل با ۲^n می‌باشد.

روش استقراء این است که مجموعه جهانی را شامل اعضایی بدانیم که هر عضوی، یکی از حدهای مذکور باشد {...،ج، ب، الف }=u و مناطق ایجاد شده هر کدام یکی از زیر مجموعه‌های مجموعهٔ جهانی می‌باشند. تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی معادل ۲^n می‌باشد.

□

ج) محدودیتهای نمودار «ون»

۱) هر منطقه برای خود، شکل متفاوتی دارد و همین مسأله در تحلیل منطقه‌ها به روشهای مختلف ایجاد مشکل می‌کند و صرفاً استفادهٔ ترسیمی و تصوری از منطقه امکان‌پذیر خواهد بود.

۲) حداکثر توانایی نمودار ون نشان دادن رابطهٔ سه حد در مجموعهٔ جهانی است که کل مجموعه را به ۸ قسمت تقسیم می‌کند، اما اگر بخواهیم ۴ حد را بهمراه حالات ۱۶گانه نشان دهیم امکان‌پذیر نیست. متشابه پنج حد را نمی‌توان نشانداد و با پیچیدهخ شدن شکل‌ها، تصاویر دیگر جنبهٔ وضوحی که از نمودار برای کمک به حل مسائل انتظار می‌رفت، نخواهد داشت.

□

د) روش پیشنهادی «مناطق مربعی شکل»

۱ ـ مقایسه دو حد در مجموعه جهانی:

ابتدا از شکل ساده بررسی دو حد آغاز می‌کنیم؛ همانطورکه در قسمت ب بیان شد دو حد، مجموعهٔ جهانی را به چهار قسمت تقسیم می‌کنند، ما همان مستطیل جهانی «u» را که «ون» در نظر گرفته بود، فرض می‌کنیم و آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (جدول شماره ۱) حال آیا می‌توان مجموعهٔ الف و ب را طوری در نظر گرفت که هر کدام از مربعهای حاصله نمایندهٔ یک منطقه باشند؟ چهار منطقه شامل {الف و ب مشترک، الف، تنها، ب تنها، هیچکدام }

همانطورکه ملاحظه می‌شود، الف باید در دو منطقه حضور داشته باشد و ب نیز در دو منطقه، یعنی الف و ب هر یک نصف از کل مناطق را پوشش دهد.

با کمی تأمل متوجه می‌شویم اگر مثلاً مربعات سطر اول را مربوط به الف بدانیم و مربعات ستون اول را هم مربوط به ب کلیهٔ مناطق حاصل می‌گردد.

قرارداد می‌کنیم (۱): نوشتن الف جلوی سطر اول یعنی،کلیهٔ مربعهای واقع در سطر اول که خود یک مستطیل بزرگی می‌شود حد الف را نمایش می‌دهد و نوشتن ب بالای ستون اول حد ب را نمایش می‌دهد. (جدول شمار ۲)

(۲): هر مربع را با دو شماره که اولی نشان دهندهٔ سطر آن و دیگری نشانهٔ ستون آن است نمایش می‌دهیم:

بنابراین مربع ۱.۱: منطقهٔ مشترک بین الف و ب   مربع ۱.۲: منطقه اختصاصی الف

مربع ۲.۱: منطقهٔ اختصاصی ب		مربع ۲.۲: مربع فاقد هر دو

۲ ـ مقایسه سه حد در مجموعهٔ جهانی:

این سه حد در مجموعهٔ جهانی هشت منطقه ایجاد می‌کند و همانطور که در دیاگرام «ون» مشاهده شد هشت منطقه شامل:

ـ منطقه اختصاصی الف ـ منطقهٔ مشترک الف و ب به تنهایی	منطقهٔ مشترک الف و ب و ج

ـ منطقه اختصاصی ب ـ منطقهٔ مشترک الف و ج به تنهایی	منطقهٔ فاقد هر سه

ـ منطقه اختصاصی ج ـ منطقهٔ مشترک ب و ج به تنهایی

همانطور که ملاحظه می‌شود، حد الف باید شامل چهار منطقه و همچنین حد ب و ج هر یک شامل چهار منطقه که نصف کل مناطق است می‌باشد.

اگر حد ج نبود هر یک از الف و ب دو منطقه داشتند و حالا با بودن حد ج هر یک از مناطق چهارگانهٔ قبل به دو منطقه تقسیم می‌شود که یکی شامل ج و دیگری فاقد آن است. از این مطلب و روش مقایسهٔ دو حد نتیجه می‌گیریم: در اعمال هر یک از حدود، در مجموعهٔ جهانی، کل مجموعهٔ جهانی و حدود حاضر در آن باید نصف شود و بر این اساس مستطیل جهانی به هشت قسمت مساوی تقسیم می‌شود.

ابتدا الف را به ستون اول و دوم اختصاص داده، با هاشور نمایش می‌دهیم (جدول شماره ۳) حال باید ب طوری در نظر گرفته شود که ضمن تقسیم مجموعهٔ u به دو قسمت، الف را نیز به دو قسمت تقسیم نماید، پیشنهاد می‌کنیم سطر اول را به ب اختصاص دهیم. (با هاشوری در جهت مخالف هاشور الف نشان داده شده است) حال همانطور که دیده می‌شود (جدول شمار ۴) کل مستطیل u به چهار مستطیل، هرکدام شامل دو مربع تقسیم شده، لذا باید ج را طوری در نظر بگیریم که تمامی اینها را به دو قسمت مساوی تقسیم کند همانطور که با اندک دقتی مشخص می‌شود (جدول شماره ۵) مستطیل شامل دو ستون دوم و سوم جایگاه ج است. (با هاشور افقی نشان داده شده است)

حال مروری بر مناطق ۸گانه می‌کنیم؛ مربعات ۲.۱، ۱.۴، ۲.۳ به ترتیب مناطق انحصاری الف و ب و ج‌اند و مربع ۱.۲ مشترک بین همهٔ آنها و ۲.۴ فاقد همه حدود، مربع ۱.۱ مشترک بین الف و ب، مربع ۲.۲ مشترک بین الف و ج و مربع ۱.۳ مشترک بین ب و ج است.

با همین روش نتایج بدست آمده از مقایسه ۴ حد و بیشتر را به شرح زیر ارائه می‌نماییم.

۳ ـ مقایسهٔ چهار حد در مجموعهٔ جهانی:

تعداد مناطق ۱۶ = ۲ (جدول شماره ۶)

تعداد مربعات هر حد ۸ = $\frac{۱۶}{۲}$

تا اینجا شکل هر حد پیوسته و به شکل یک مستطیل واحد است ولی از حد پنج به بعد به مستطیلهای موازی و منظم تبدیل می‌شود.

۴ ـ مقایسهٔ پنج حد در مجموعهٔ جهانی:

تعداد مناطق ۳۲ = $۲^{۵}$ (جدول شماره ۷)

تعداد مربعات هر حد ۱۶ = $\frac{۳۲}{۲}$ حد «هـ» شامل ستونهای زوج می‌باشد.

۵ ـ مقایسهٔ شش حد در مجموعهٔ جهانی:

تعداد مناطق ۶۴ = 2^6

تعداد مربعات هر حد ۳۲ = $\frac{64}{2}$ حد «و» شامل سطرهای زوج می‌باشد. (جدول شماره ۸)

حالت شش حدی را طور دیگری نیز می‌توانستیم نشان دهیم.

حد ۱ (الف): ۴ ستون اول — حد ۴ (ج): ۴ سطر اول

حد ۲ (ب): ۲ ستون در میان — حد ۵ (د): ۲ سطر در میان

حد ۳ (هـ): ۱ ستون در میان — حد ۶ (و): ۱ سطر در میان

در این حالت حد ب و د مختصر تفاوتی کرده‌اند ولی اصل نمایش صحیح است.

و این روش برای حدهای بیشتر از ۶ نیز بهتر می‌باشد.

۶ ـ به طور کلی مقایسه n حد در مجموعهٔ جهانی:

تعداد مناطق: 2^n — تعداد ستونهای جدول $m =$ (۱) $2\,[2^{n+1}]$

تعداد مربعات هر حد: 2^{n-1} — تعداد ستونهای جدول $k = 2\,[2^n]$

حد ۱ = $\frac{m}{2}$ ستون اول — جدول مربوطه شامل m ستون و k سطر می‌باشد

حد ۲ = $\frac{m}{4}$ ستون در میان — حد ۱ + $\frac{n}{2} = \frac{k}{2}$ سطر اول

حد ۳ = $\frac{m}{8}$ ستون در میان — حد ۲ + $\frac{n}{2} = \frac{k}{4}$ سطر در میان

حد $\frac{n}{2}$ = ۱ ستون در میان — حد n = ۱ سطر در میان

۷ ـ توصیف محصورات اربعه عکس به وسیله مناطق مربعی شکل:

الف ـ محصورات اربعه

ـ موجبه کلیه: — ـ موجبه جزئیه:

هر الف، ب است — بعضی الف‌ها ب هستند

ـ سالبه کلیه: — ـ سالبهٔ جزئیه:

هیچ الف، ب نیست — بعضی الف‌ها ب نیست

توضیح: همانطور که ملاحظه می‌شود مانند نمودار «ون»، هاشور زدن بمنزلهٔ آن است که هیچ عضوی در آن وجود ندارد. علامت ضربدر دایره O بمنزلهٔ وجود عضو معینی است که هم در منطق قدیم و هم جدید در نظر گرفته می‌شود. به دلیل آنکه در منطق قدیم مجموعهٔ تهی نداشتیم، لذا علامت «×» را برای این منظور استفاده کردیم. همانطور که ملاحظه می‌شود، خانهٔ چهارم مربوط به قسمتی از مجموعهٔ جهانی می‌شود که فاقد الف و ب است و عضوی برای آن منظور شده است.

مربعی که هیچ علامتی در آن نباشد نسبت به داشتن عضو یا عدم آن علی‌السّویه است.

ب ـ قواعد عکس

ـ به نمونه موجبهٔ کلیه را در نظر می‌گیریم: هر الف ب است (جدول شماره ۹)

عکس مستوی: بعضی ب، الف است. (موجبه جزئیه

---

۱ ـ [p] = جزء صحیح عدد p یعنی مقدار صحیح آن بدون در نظر گرفتن اعشار مثلاً ۱=[۱/۵]، ۲=[۲]، ۳=[۳/۵]

(موجبه کلیه) ـ عکس نقیض موافق: هر غیر ب، غیر الف است.

عکس نقیض مخالف: هیچ غیر ب الف نیست. (سالبه کلیه)

جدول شماره ۹

همانطورکه از شکل پیداست، عضوی در ب وجود داردکه در الف نیز هست ولی معلوم نیست که بقیهٔ اعضای ب در الف هستند یا نه (موجبهٔ جزئیه)

اگر الف مربعات نیمهٔ بالایی باشد پس غیر الف مربعات نیمهٔ پائینی است و همینطور وضع غیر ب مشخص می شود (جدول شماره ۱۰) آنچنانکه از شکل پیداست، غیر ب تنها در مربع پایینی عضو دارد و متعلق است به غیر الف‌ها. پس رابطهٔ آن دو به نحو موجبهٔ کلیه می شود.

و نیز عضو غیر ب تنها در مربع پایینی است و در محدودهٔ الف عضو ندارد؛ همچنین غیر ب و الف هر یک عضوی دارند. پس رابطه آن دو به نحو سالبه کلیه می شود.

□

۸ ـ نتیجه‌گیری:

این روش قدرت ما را در برخورد با مسائل پیچیده زیاد می‌کند و ضمن سرعت بخشیدن به حل این قبیل مسائل، تصور آنها را ساده می‌کند.

قطعاً کاربردهای این روش برای حل مسائل فعلی منطق و همچنین طراحی قیاسات منطقی که مبتنی بر دو مقدمه است می‌تواند تأثیر مثبتی در پیشرفت مباحث منطقی کلاسیک به حساب آید. البته بررسی کاربردهای مناطق مربعی شکل به مقالهٔ دیگری نیازمند است که امیدوارم در فرصت دیگری ارائه شود. به امید آنکه بتوانیم با روشهای ریاضی و ترسیمی، گامی در جهت پویایی منطق کلاسیک برداریم.