

یادداشتی بر ترکیبی بودن گزاره‌های ریاضی در تمهیدات کانت

دنیل ای. اندرسن*

بازگردان: رضا بخشایش

کانت ادعای وجود احکام ترکیبی را «که پاره‌ای به نحو پیشین بوده‌اند و از عقل و فاهمه محض نشأت می‌گیرند» اساس و پایه آن نقد عقل محضی می‌دید که به تفصیل توضیح می‌دهد چگونه چنین گزاره‌هایی امکان‌پذیرند. پیشرفتهای متأخر منطق جدید و هندسه‌های ناقلیدسی را لا اقل نسبت به گزاره‌های هندسی و علم حساب غالباً گواه بر ضد چنین مدعائی

* این نوشته ترجمه مقاله

A Note on the syntheticity of Mathematical Propositions in Kant's Prolegomena; Daniel E. Anderson

Immanuel Kant's prolegomena to any future Metaphysics in focus, pp. 219-226.

از کتاب

Edited by Beryl Logan, Routledge; London and New York, York university Toronto.

۱۳۱

ترجمه / یادداشتی بر ترکیبی بودن گزاره‌های...

گرفته اند! چنانچه احتمالاً این مطلب اثبات گردد؛ آنگاه حتی همفکرترین دلباختگان کانت به اجبار خواهند پذیرفت که موضع کانت نیازمند یک بازانديشی دقیق - و کامل - است. به طور کلی در اینجا من درصدد دفاع از ادعای کانت نخواهم بود. تلاش من این است که از آن در برابر حمله‌ای که ای. جی. آیر در زبان، حقیقت و منطق^۱ به آن وارد ساخته دفاع کنم.

۱. به گفته آیر، «کانت برای تمییز بین گزاره‌های تحلیلی و ترکیبی یک معیار صاف و روشن عرضه نمی‌کند؛ او دو معیار در اختیار می‌گذارد که به هیچ وجه همسنگ^۲ هم نیستند.^۱ آیر اعتقاد دارد ادعای کانت که $7+5=12$ یک حکم ترکیبی است باید بر این ادعا مبتنی باشد که «به هیچ وجه نمی‌توان صرفاً با اندیشیدن به جمع ۷ و ۵ مفهوم ۱۲ را دریافت».^۲ و بنابراین، یکی از معیارهای کانت عبارت است از «این که مفهوم ذهنی $5+7$ مشتمل بر مفهوم ذهنی ۱۲ نیست». به گفته آیر، معیار دوم کانت همان است که در واقع می‌گوید: که محمول گزاره تحلیلی، تنها از راه اصل تناقض، از موضوع به دست می‌آید.

از این رو، به گفته آیر یکی از معیارهای کانت روان‌شناختی است و دیگری منطقی. این [تقسیم] به آیر امکان می‌دهد تا استدلال کند که در باب گزاره‌های ریاضی از قبیل « $7+5=12$ » معیار روان‌شناختی معتبر است و معیار منطقی معتبر نیست. آنگاه می‌گوید: «از ادامه استدلال [کانت] آشکار می‌گردد که آنچه کانت مشتاق اثبات آن بوده این گزاره منطقی است و نه هیچ گزاره روان‌شناختی. استفاده او از معیار روان‌شناختی او را به این فکر می‌کشاند که آن [گزاره منطقی] را به اثبات رسانده، در حالی که [هنوز] اثبات نکرده است.^۳ در این نقطه، آیر به ارائه تعریف دیگر و بسیار متفاوتی از ترکیب مبادرت می‌ورزد: «گزاره زمانی تحلیلی است که صحت و صدق^۳ آن فقط بر تعاریف نمادهاپی که در بر دارد متوقف باشد و زمانی ترکیبی است که واقعیت‌های تجربی صحت و صدق آن را معین سازد.^۴ به دیگر سخن «ترکیبی» مشخصاً به معنای «پسین» است و این مدعا که هیچ گزاره ترکیبی پیشین یافت نمی‌شود به تحلیل از تعریف آیر از ترکیب به دست می‌آید. منطق چنین ادعائی

1 . Language, Truth and logic

2 . equivalent (= مشابه، شبیه، نظیر، سنگ، نظیر، شبیه، مشابه =)

3 . Validity (= اعتبار)

بی عیب و نقص است. در هر صورت، این مسأله را که آیا گزاره‌های ترکیبی پیشین امکان‌پذیر هستند یا نه نمی‌توان تنها با یک عمل [=توجیه] قاعده‌ای^۱ حل و فصل کرد.^۵ اکنون ادعای کانت را می‌توان مجدداً به عنوان گزاره‌های ممکن صورتبندی کرد که در هیچ یک از این دو دسته قرار نمی‌گیرند؛ زیرا نه متوقف بر تجربه بوده و نه محمول آنها به تحلیل از موضوع به دست می‌آید و از این گذشته، گزاره‌های ریاضی را باید در بین این گزاره‌ها جا داد.

این مسأله را که آیا کانت در واقع، نادانسته معیار روانشناختی را اتخاذ کرده نه معیار منطقی را، به سهولت نمی‌توان حل کرد، اما در **تمهیدات** به نظر می‌رسد که واقعاً کفه معیار منطقی سنگین‌تر است.

در تأیید تفسیر آیر، این نکته را باید خاطر نشان ساخت که کانت مسلماً چنین می‌گوید: «با اندیشیدن صرف به ترکیب هفت و پنج، به هیچ روی نمی‌توان مفهوم دوازده را دریافت؛ چنانچه این حاصل جمع احتمالی را تحلیل کنیم، دوازده را از این مفهوم کشف نخواهیم کرد. ما باید با استمداد از شهودی^۲ که با یکی از این مفاهیم متناظر است پا را از این مفاهیم فراتر بگذاریم... و باید واحدهای [عدد] پنج را که شهود کرده‌ایم پی در پی به مفهوم [عدد] هفت بیفزاییم... از این رو، احکام علم حساب ترکیبی است و همینطور که اعداد بزرگتر را می‌گیریم، مطابقت [احکام حساب با احکام ترکیبی] روشن تر خواهد شد؛ زیرا در چنین مواردی آشکار است که بدون استمداد از شهود هر چه با دقت بیشتر مفاهیم را تحلیل کنیم، نمی‌توانیم تنها با چنین کالبدشکافی [از مفاهیمها] حاصل جمع را به دست بیاوریم^۳.» این [مطلب] با این نظر منطبق است که امتناع کشف «۱۲» از تحلیل «۷+۵» روان‌شناختی است نه منطقی - خاصه از این جهت که او ظاهراً اعتقاد دارد دلیل ترکیبی بودن چنین گزاره‌هایی بر نیاز به شهود به هویتی غیر عددی همچون «انگشتان» یا «نقطه‌ها» متکی است تا [بتوان] به حاصل جمع رسید.

1. act of legislation

2. intuition

با این همه قبل از این قطعه فوق‌الذکر، این ادعا آمده است که مفهوم جاصل جمع « $V+5$ » وحدت خود را فقط در یک عدد واحد گنجانده است بدون آنکه به هیچ وجه بتوان پی برد که این چه عدد خاصی است که به آنها اتحاد بخشیده است. در سیاق این عبارت، این اظهار که «ما باید با استمداد از نوعی شهود که با یکی از این مفاهیم متناظر باشد یا از این مفاهیم فراتر بنهیم» (مثل «انگشتان» یا «نقطه‌ها») همچنین این مدعای دیگر که «لذا مفهوم ما در واقع با گزاره « $V+5=12$ » شرح و بسط داده می‌شود و ما به مفهوم اول مفهوم دوم را می‌افزاییم که نمی‌توان آن را از آن [مفهوم اول] دریافت»، به وضوح بیانی تجربی است نه یک معیار روانشناختی.

این تفسیر را، نقد عقل محض، بیشتر تأیید و ایضاح کرده است. این کتاب کانت بین «شهود محض»^۱ و «شهود تجربی»^۲ تمایز دقیقی می‌گذارد. شهود محض عبارت است از «صورت محض شهودهای حسی به طور کلی، که تمام انواع شهود با نسبت‌های خاصی در آن شهود می‌گردند و آنها را باید به طور پیشین در ذهن یافت»^۳ در حالی که شهود تجربی عبارت است از «آن شهودی که از طریق احساس با متعلق [خود] در ارتباط می‌باشد» (A20، B35، و باید (A47، B64) پسین باشند. هرچند (همانطور که در A47، B64 می‌گوید) گزاره ترکیبی پیشین باید بر «متعلق شهوداً پیشین» مبتنی باشد (یعنی متعلق شهود محض). او بعداً (B298، A239) با صراحت بیان می‌کند:

«به جز در شهود، نمی‌توان به مفهوم، متعلق داد؛ زیرا هر چند شهود محض در واقع می‌تواند بر متعلق پیشین پیشی بگیرد، این شهود حتی می‌تواند متعلق خود را مالک شود و از این رو، تنها از طریق شهود تجربی که فقط صورتی از آن است دارای اعتبار عینی گردد. بنابراین، همه مفاهیم و در کنار آنها، همه اصول، حتی آنهایی که به نحو پیشین امکان‌پذیرند، با شهودهای تجربی^۳ یعنی با داده‌های متعلق به یک تجربه^۴ ممکن، ارتباط دارند.

آنگاه، این ادعا را بدون واسطه با علم حساب پیوند می‌زند (B299، A240): «مفهوم

1 . pure intuition

2 . empirical intuition

3 . empirical intuition

4 . experience

اندازه (چندی) تأیید و معنای حسی خود را در عدد می‌یابد و عدد به نوبه خود در انگشتان یا در مهره‌های چرتکه، یا در خطها و نقطه‌ها که در برابر دیدگان قرار می‌گیرند^۱ خاستگاه خود مفهوم همیشه پیشین است و همچنین اصول ترکیبی یا ضابطه‌هایی که از چنین مفاهیمی نتیجه می‌شوند به همین منوال هستند. اما کاربرد مفهوما و ربط نسبت‌های آنها را با متعلقهای مفروض آنها سرانجام در هیچ کجا به جز در تجربه نمی‌توان جستجو کرد که مفهوماهای امکان آن را (به لحاظ صورت) در خود می‌گنجاند.

موضع کانت در باب نسبت بین شهودهای محض و تجربی، و اینکه نسبت آنها با احکام ترکیبی پیشین چگونه است شاید در بخش دوم نظام اصول فاهمه محض^۱ (A 154، B 193 تا B 158، A 197) با وضوح تمام بیان شده باشد. نقل دو فراز از این بخش در B 176، A 156-7، برای روشن شدن این موضع کافی خواهد بود، او می‌گوید: تجربه... بر اصول پیشین صورت خود مبتنی است، یعنی بر قاعده‌های کلی وحدت (یگانگی) در ترکیب نمودها. واقعیت عینی این قاعده‌ها را به عنوان شرایط لازم تجربه و در واقع به منزله امکان تجربه همواره می‌تواند در تجربه نشان دهد. با قطع نظر از این رابطه اصول ترکیبی پیشین به کلی ناممکن‌اند؛ زیرا پس از آن هیچ امر ثالثی یعنی هیچ متعلق، را ندارند تا در آن وحدت (یگانگی) ترکیبی بتواند واقعیت عینی مفاهیم خود را ثابت کند. (تأکید من) سپس در B 197، A 158 نتیجه‌گیری خود را جمع‌بندی می‌کند: «احکام ترکیبی پیشین... در صورتی ممکن هستند که ما شرایط صوری شهود پیشین را... عموماً به یک شناخت تجربی ممکن پیوند دهیم. آنگاه می‌گوییم که شرایط امکان تجربه عموماً شبیه شرایط امکان متعلقات تجربه‌اند و به همین سبب در یک حکم ترکیبی پیشین دارای صحت و اعتبار عینی هستند. (تأکید از خود او) این سازه^۲ نه تنها البته مستلزم آن است که معیار کانت تجربی باشد نه روان شناختی همچنین اشاره دارد که گرچه گزاره‌های ترکیبی بالامکان پیشین می‌باشند، فعلیتشان بر شهود تجربی متکی است نه شهود محض. در این معنا، تلقی آیر که کانت به فعلیت

1. professed objects

2. structure

گزاره‌های ترکیبی پیشین باور داشت مورد تردید جدی قرار می‌گیرد.^۹

۲. به هر تقدیر حتی اگر ما نکته آیر را در خصوص معیار روان شناختی می‌پذیرفتیم. تعریف تازه او را از ترکیبی برای بیرون گذاشتن امکان گزاره‌های ترکیبی پیشین توجیه و تحلیل نمی‌کرد. برای این کار، [یعنی] این نتیجه‌گیری که گزاره‌های ترکیبی در واقع ناممکن هستند، او باید کانت را از راه دیگری نقد می‌کرد.

این واقعیت که وایتهد و راسل در **مبانی ریاضیات**^۱ اثبات کرده‌اند که گزاره‌های اعداد اصلی را در علم حساب^۲ می‌توان از اصول موضوعه یک نظام منطقی بر مسند اثبات نشانند. ظاهراً چنین استدلالی را فراهم می‌آورد. البته اصول مختلف این نظام را می‌توان در قلب یک گزاره جمع کرد^۳ و گزاره‌های اعداد اصلی (از جمله $۷+۵=۱۲$) تنها طبق اصل^۴ تناقض از چنین گزاره‌ای به دست خواهد آمد. از آنجایی که کانت احکام تحلیلی را به احکامی تعریف می‌کند که محمول در آنها از قبل در مفهوم موضوع مندرج است و نتوان آن را بدون [ابتلا] به تناقض انکار کرد،^۵ هر گزاره‌ای که موضوع آن با اصول موضوعه مرتبط^۵ باشد و گزاره‌ای که محمول آن اعداد اصلی باشد (مثلاً $۷+۵=۱۲$) با این تعریف از حکم تحلیلی جور در می‌آیند. بدین سان، اینکه آیا «۱۲» به طریق تحلیلی از مفهوم « $۷+۵$ » حاصل می‌آید یا نه، این گزاره « $۷+۵=۱۲$ » نه به طریق تحلیلی از ارتباط با اصول موضوعه نتیجه می‌شود و دعوی آیر کامل به نظر می‌رسد.

در عین حال، این دعوی نمی‌تواند این واقعیت را در نظر بگیرد که کانت همچنین می‌گوید «در واقع گزاره ترکیبی را می‌توان به یاری اصل تناقض اثبات کرد، اما تنها با پیشفرض گرفتن گزاره ترکیبی دیگری که از آن نتیجه می‌شود و نه از راه آن اصل تناقض به تنهایی.^{۱۱} بر این اساس دعوی آیر به شدت دچار ضعف می‌گردد.

همبستگی خود اصول موضوعه - گزاره‌ای که از آن گزاره‌های اعداد اصلی را در علم

1. principia Mathematica

2. cardinal arithmetic

3. conjoin into (متحد کرد، یکی کرد)

4. low (= قانون)

5. having the conjunct of the axioms as its subject

حساب می توان بر طبق اصل تناقض استنباط کرد - را می توان از همبستگی به دست آورد. به تعبیر کانت این فرایند را باید ترکیبی تلقی کرد. در واقع، اگر این فرآیند ترکیبی نباشد، در این صورت از این اصول، طبق اصل تناقض ضرورتاً از یکی از بقیه آنها به دست می آید؛ یعنی مجموعه این اصول حشو و زائد خواهند بود و بنابراین همه آنها را بجز یکی می توان حذف کرد. از این رو برای اثبات دعوی آیر لازم است که اصل موضوع واحدی فراهم کنیم که خود آن ذاتاً تحلیلی باشد تا بتوان همه گزاره های اعداد اصلی را در علم حساب از آن استنباط کرد. از این رو این واقعیت که گزاره های اعداد اصلی در علم حساب از ارتباط با^۱ [طبق] اصول موضوعه قابل استنباطند، به هیچ نحو نشان نمی دهد که چنین گزاره هائی معیار کانت را برای ترکیبی بودن برآورده سازد. برعکس، آنها ظاهراً ادعای کانت را مبنی بر آن که گزاره ترکیبی را می توان به یاری اصل تناقض از گزاره ترکیبی دیگری به دست آورد روشن می سازد.

آیر سپس استدلال می کند که حتی اگر دعوی راسل و وایتهد اشتباه از کار در آیند، حتی چنانچه... نتوان مفاهیم ریاضی را به مفاهیم صرفاً منطقی ارجاع و تحویل کرد، کماکان صادق خواهد بود که گزاره های ریاضی، تحلیلی و دارای حدهای خاص باشند و اما با این وجود، به همان دلیل، تحلیلی خواهند بود؛ زیرا معیار گزاره تحلیلی این است که اعتبار و صدق آن باید فقط از تعریف حدین [=موضوع و محمول] آن گزاره نتیجه شود و گزاره های ریاضیات محض این شرط را برآورده می سازند.^{۱۲}

مشکل این ادعا در این واقعیت نهفته است که آیر تعریف خود را از [گزاره] تحلیلی به کار می برد، نه تعریف کانت را. تعریف آیر که اعتبار و صدق گزاره [تحلیلی] فقط بر تعریف نمادهای موجود در آن گزاره متکی است^{۱۳} به ما امکان می دهد تا گزاره مرکبی را که از همبستگی دو یا چند گزاره ای که فی حد ذاته، طبق معیار کانت، تحلیلی هستند در بین گزاره های تحلیلی جای دهیم. لکن از نظر کانت چنین همبستگی ای ضرورتاً یا حشو است و یا گزاره ای ترکیبی.

1 . from the conjunct of

در پرتو این مطلب، ادعای آیر که «اصول موضوعه هندسه تعاریف ساده‌ای هستند و... اصول هندسه صرفاً نتایج منطقی این تعاریفها هستند»^{۱۴} به هیچ وجه موضع کانت را آنطور که خود بیان داشته سست نمی‌سازد. این مسأله، طبق معیار آیر برای تحلیل، کل هندسه را تحلیلی خواهد کرد، اما هنگامی که به معیار کانت محک زده شوند، اصول هندسه، طبق اصل تناقض، از همبستگی اصول موضوعه نتیجه خواهند شد؛ اما همبستگی اصول موضوعه خود ضرورتاً ترکیبی است. از این رو، موضع آیر فقط یک بار دیگر ادعای کانت را مبنی بر آنکه گزاره ترکیبی را می‌توان طبق اصل تناقض از گزاره ترکیبی دیگر به دست آورد، روشن می‌کند. اگر مسأله را از این زاویه مورد توجه قرار دهیم، موضع آیر ظاهراً در عوض آنکه موضع کانت را مردود شمارد تأیید می‌کند.

پی‌نوشتها

۱. اینجانب خود را وامدار دانشجو [ای محترم]، اسکات لوینگستون (scott livingston) می‌دانم که تحقیقات او قطعاً را از پروله گومنا [=تمهیدات] محل توجه من قرار داد که به شکل‌گیری این رساله انجامید.
۲. متن سابق این تحقیق در آوریل ۱۹۷۷ در مقابل انجمن فلسفی اهایو قرائت گردید.
۳. زبان، حقیقت و منطق (language truth and logic)، ای. جی. آیر (انتشارات ذور، نیویورک) ص ۷۸.
۴. همانجا، ص ۷.
۵. همانجا، ص ۷۸.
۶. همانجا، تأکید از من است.
۷. تعریف تازه آیر از تحلیل - «صحت و اعتبار (یک گزاره) فقط بر تعاریف نمادهایی متوقف است که در آن تعریف مندرج است - در واقع تعریف نیست؛ زیرا از ایضاح صحت و اعتبار چگونگی «ابتنای» صحت و اعتبار بر تعاریف ناتوان است.

۸. پروله گومنا [تمهیدات]، ص ۴۰.

B34, A20.9، همه نقل قولها از ترجمه تورمن کمپ اسمیت (مکمیلان و شرکا، لندن و

نیویورک، ۱۹۵۸) اقتباس گردیده است.

۱۰. این فرازی که کانت در پروله گومنا به «انگشتان» و «نقطه‌ها» اشاره می‌کند برابر دقیق آن در

کتاب نقد در B15 آمده است. بنابراین، استفاده او از این واژگان در اینجا اتفاقی نمی‌باشد.

۱۱. در این رابطه شایان ذکر است که کانت اصطلاح پیشین را همیشه به صورت قید به کار

می‌برد نه صفت.

۱۲. پروله گومنا، ص ۳۹.

۱۳. همانجا.

۱۴. Language, Truth and Logic، ص ۸۲

۱۵. همانجا، ص ۷۸

۱۶. همانجا، ص ۸۲



۱۳۹